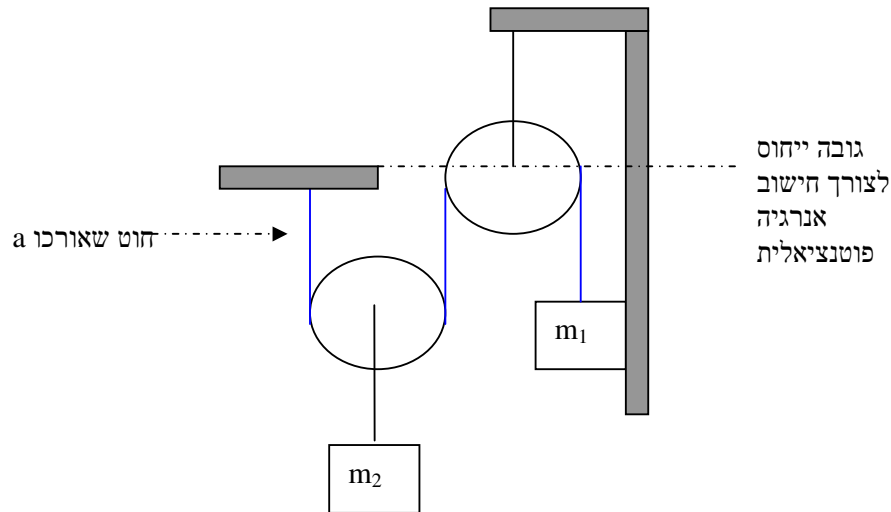


## בחן מגן מכניקה אנליטית סתיו 2006

- יש לענות על כל השאלות
- כל הסעיפים שווים בערכם
- חומר עזר מותר: 6 דפי רשימות אישיות, מחשבון וטבלאות אינטגרלים

שאלה 1.

נביט על המערכת הבאה בשדה כבידה אחיד:



אין חיכוך, הגלגלות חסרות מסה, אורך החוט (הכחול)  $a$ , הגלגלת המחוברת לקיר נמצאת בגובה התליה של החבל, רדיוסי הגלגלות ואורך החוט בין הגלגלת למסה 2 זניחים.

- א. כמה דרגות חופש פיזיקליות יש בבעיה?
- ב. רשום לגרנג'יאן לבעיה, כשהאנרגיה הפוטנציאלית של 2 המסות בגובה התליה מוגדרת להיות אפס.
- ג. רשום את משוואות התנועה ופתור אותן.

שאלה 2.

נתון הלגרנג'יאן

$$L(x, y, q, \dot{x}, \dot{y}, \dot{q}) = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - gy + q(\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} - a)$$

$a$  הוא קבוע.  $x, y, q$  הן שלוש קואורדינטות מוכללות

1. מה היחידות של הקואורדינטה המוכללת  $q$  ושל הקבוע  $a$ , בהנחה שיחידות  $x$  ו  $y$  הן יחידות אורך?
2. רשום את שלושת התנעים הקנונים בבעיה.
3. אלו מהתנעים הם שמורי תנועה ומדוע
4. חשב את האנרגיה בבעיה. האם היא שמור תנועה?
5. רשום את משוואות אוילר לגרנג' ברכיבי  $x, y$  ו  $q$  שלה
6. הצב במשוואות התנועה את הפתרון  
 $\dot{x} = b \cos(\phi(t)), \quad \dot{y} = b \sin(\phi(t))$

כאשר  $\phi(t)$  פונקציה יחידה לא ידועה ומצא את  $b$ .

בהצלחה

שאלה 1:

- א. דרגת חופש אחת.  
ב. נבחר את גובה מסה 1 להיות  $y$ , ואז הלגרנג'יאן ניתן ע"י

$$L = \frac{m_1}{2} \dot{y}^2 + \frac{m_2}{2} \left( \frac{\dot{y}}{2} \right)^2 + g \left( m_1 y + m_2 \frac{a-y}{2} \right)$$

ג. משואת התנועה:

$$\left( m_1 + \frac{m_2}{4} \right) \ddot{y} = g \left( m_1 - \frac{m_2}{2} \right)$$

שפתרונה

$$y = g \frac{m_1 - \frac{m_2}{2}}{2 \left( m_1 + \frac{m_2}{4} \right)} t^2$$

שאלה 2:

1 מהירות לשניהם.

$$p_q = 0; p_x = \dot{x} + q \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}; p_y = \dot{y} + q \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \quad 2$$

3  $p_x$  הוא קבוע תנועה בגלל ש  $X$  היא קוורדינטה ציקלית,  $p_q$  אפס בהגדרה.

$$E = \vec{p} \cdot \vec{V} - L = \frac{1}{2} \vec{V}^2 - qa + gy \quad 4$$

$$V_x^2 + V_y^2 = a^2, \quad \frac{d}{dt}(V_y + q\hat{V}_y) = -g, \quad \frac{d}{dt}(V_x + q\hat{V}_x) = 0 \quad 5$$

$$b^2 = a^2 \mid \frac{d}{dt}[\sin(\phi(t))(b+q)] = -g; \frac{d}{dt}[\cos(\phi(t))(b+q)] = 0 \quad 6$$