

מבחן מועד א' באינפורמציה קוואנטית אביב 2007

- משך המבחן: שלוש שעות
- יש לענות על כל השאלות
- חומר עזר מותר: 4 עמודים של רשימות אישיות
- מחשבון וטבלאות אינטגרלים
- **בהצלחה!**

שאלה 1

נתונה מטריצת הצפיפות של קיוביט יחיד

$$\rho = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- א. מצא את האנטרופיה של פון ניומן של המצב. האם הוא טהור?
- ב. מהו וקטור בלוך המתאים למצב זה?
- ג. מה הסיכוי למדוד את הקיוביט במצב $|\Psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|0\rangle + |1\rangle)$?

שאלה 2

אליס ובוב חולקים מצב בל:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

אליס מסובבת את הקיוביט שלה על ידי:

$$U(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

- א. בוב מודד את הקיוביט שלו בבסיס החישוב. מה הסיכוי שתוצאת המדידה תהיה 0? מה המצב אחרי המדידה?
- ב. האם על ידי סיבוב הקיוביט של אליס היא יכולה להביא את המצב שלהם למצב הסינגלט? אם כן, מהו הסיבוב המתאים?
- ג. במצב המקורי $|\psi\rangle$ אליס מבצעת הדמרה על הקיוביט שלה ומודדת בבסיס החישוב. מה היא צריכה להגיד לבוב לעשות כדי שהוא יישאר עם המצב $|0\rangle + |1\rangle$?

שאלה 3

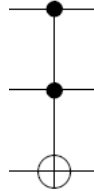
נתונה פונקציית גל של שלושה קיוביטים (מנורמלים), כאשר הקיוביט הימני הוא של צ'רלי

$$|\Psi\rangle = N (|0\rangle \otimes |0\rangle \otimes |\psi\rangle + |1\rangle \otimes |1\rangle \otimes |\varphi\rangle)$$

- א. חשב את מקדם הנירמול N
- ב. חשב את מטריצת הצפיפות של אליס ובוב (העקבה החלקית על צ'רלי) כאשר הבסיס הוא כרגיל $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$
- ג. האם המצב של אליס ובוב שזור? האם הוא טהור?

שאלה 4:

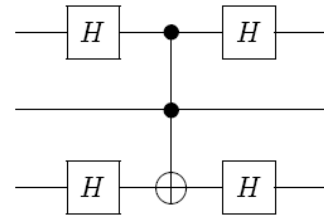
נתון השער הבא (שער טופולי T):



בשער זה ישנה התניה כפולה. הביט האחרון מוחלף בתנאי ששני הביטים הראשונים הם 1:

$$\begin{array}{cccc}
 |000\rangle \xrightarrow{T} |000\rangle & |001\rangle \xrightarrow{T} |001\rangle & |010\rangle \xrightarrow{T} |010\rangle & |011\rangle \xrightarrow{T} |011\rangle \\
 |100\rangle \xrightarrow{T} |100\rangle & |101\rangle \xrightarrow{T} |101\rangle & |110\rangle \xrightarrow{T} |111\rangle & |111\rangle \xrightarrow{T} |110\rangle
 \end{array}$$

- א. רשמו את המטריצה המתאימה לשער זה.
- ב. מהם הערכים העצמיים והמצבים העצמיים של אופרטור זה?
- ג. נתון המעגל הבא:



- ד. תנו מעגל שקול למעגל של סעיף ב' תוך שימוש במספר שערים קטן יותר (מותר לכם להשתמש ב- X, H, CNOT וטופולי).