

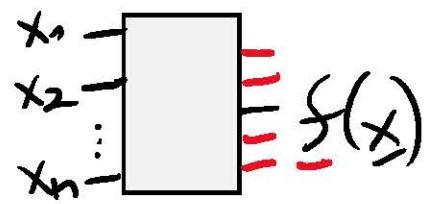
הקלן קולינס טכניון קולינס

וננו וונן •
(כיראך גלאטמן)

שופר \leqslant סימון \leqslant דהטש-זוזא

• ווינר גרובר

השאלה הגדולה של חישובים מודולריים



$$\text{השאלה} \leq \text{||NO} \leq \text{דיל'ו-ל'ז}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$ $\underbrace{\hspace{10em}}$

(Oracle) סדרה של גורמים

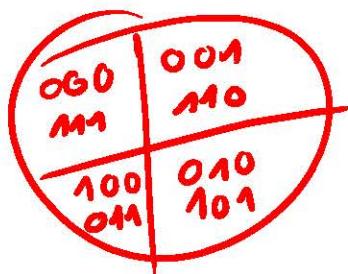
x	$f(x)$
000	001
001	010
010	0 :
011	0 :
100	1
101	1
110	1
111	1

. $f : \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ קיימת אפליקציית חישובים
תנו גורם f בפונקציית חישובים - גורם
 $f-f$ וויאטן וויאטן
Query Complexity \leq $O(n)$ אלגוריתם חישוב

$\underline{x} \in \{0,1\}^n$ 310 82 $f: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ פונקציית

ינ"ו פלט

\underline{x}	$f(\underline{x})$
000	000
001	001
010	010
011	011
100	011
101	010
110	001
111	000



$$f(\underline{x}) = f(\underline{y}) \Leftrightarrow \underline{x} = \underline{y} \quad \text{lk} \quad \underline{x} = \underline{y} \oplus \underline{s}$$

$(y_1 \oplus s_1, \dots, y_n \oplus s_n)$ ↪
וינגר נון כפלי

ולכן מושג יפה מילוי פונקציית

פונקציית $2^{n-1} + 1$ מילים

• הינה גודלה של פונקציית

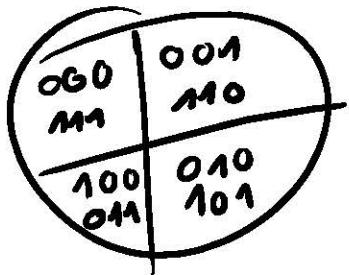
!3 נסיעות כפליות n מילים

תורת המספרים

<u>הנימוק</u>	<u>הhypothese</u>	<u>ההוכחה</u>
$2^{n+1} + 1$	$2^{n+1} + 1$	<u>הוכחה של בז'ה</u>
$\sim \sqrt{2^n}$	3	<u>הוכחה של ג'רמן</u>
$\sim n$	1	<u>הוכחה של פ'רמי</u>

הוכחה של פ'רמי \rightarrow הוכחה של ג'רמן \rightarrow הוכחה של בז'ה

$\leq = ?$



לינ"ו פ' סדרות

$f: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^m$ (\leq סדרה של B_M) \rightarrow לינ"ו נ"ו תרשים

$$107 - \boxed{H} + 7 = \frac{1}{52}(107 + 17)$$

$$117 - \boxed{H} - 17 = \frac{1}{52}(107 - 17)$$

(ב) פ' 16

$$U_f(x) > 107 = 1x7 / f(x) >$$

I \rightarrow סדרה I
ה' י' ג' י' ג'

$$\left\{ \begin{array}{l} 107 \\ 107 \\ \vdots \\ 107 \end{array} \right.$$

U_f

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{H} \\ \boxed{H} \\ \vdots \\ \boxed{H} \end{array} \right.$$

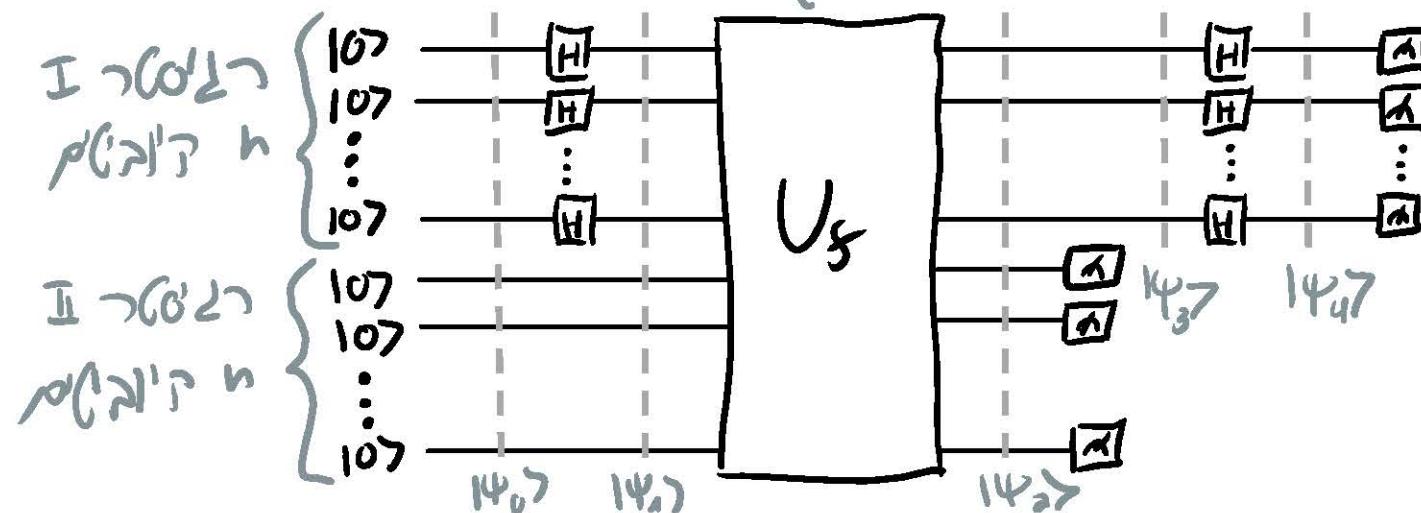
II \rightarrow סדרה II
ה' י' ג' י' ג'

$$\left\{ \begin{array}{l} 107 \\ 107 \\ \vdots \\ 107 \end{array} \right.$$

לינ"ו תרשים

$$U_S |x\rangle |0\rangle = |\underline{x}\rangle |\underline{f(x)}\rangle$$

$\sim \sim \sim - |11''0 \rangle \in \delta_{\text{down}}$



x	$f(x)$
000	000
001	001
010	010
011	011
100	011
101	010
110	001
111	000

מ' (א) ?
מ' (ב) ?

$$|\Psi_0\rangle = |0\rangle |0\rangle$$

$$|\Psi_1\rangle = (H^{\otimes n} |0\rangle) |0\rangle = |+\rangle^{\otimes n} |0\rangle = \sum_{x \in \{0,1\}^n} |\underline{x}\rangle |0\rangle$$

$$|\Psi_2\rangle = \sum_{x \in \{0,1\}^n} |\underline{x}\rangle |\underline{f(x)}\rangle$$

$$|\Psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle + |x \oplus \underline{s}\rangle) |\underline{f(x)}\rangle$$

$$|\Psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (H^{\otimes n} |x\rangle + H^{\otimes n} |x \oplus \underline{s}\rangle) = ?$$

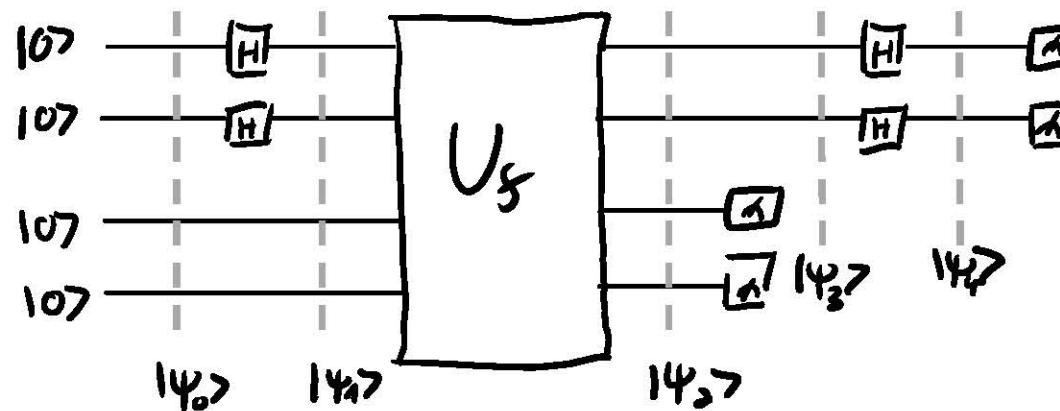
I \rightarrow סיביות (i)

C נסיבית (ii)

(ו)ION שטף רגולרי II \rightarrow כפלה נורמלית (iii)

A כפלה (iv)
II \rightarrow כפלה

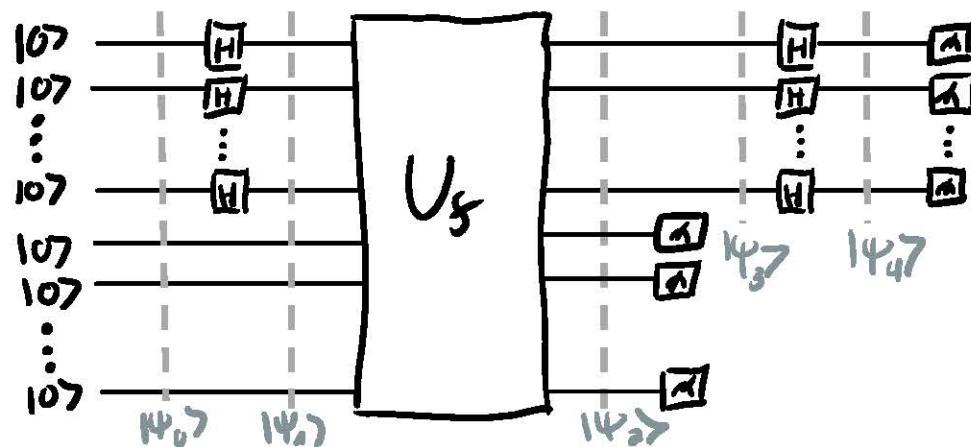
n=2 גנטיקה מולקולארית - DNA Se סלולרים



<u>x</u>	<u>f(x)</u>
00	11
01	11
10	00
11	00

מ' (נתקין)
? ק' 30,

$\sim \text{U} - \text{IN}'0$ für δ_{SW}



x	$f(x)$
00	11
01	11
10	00
11	00

$\sqrt{15}n_0$, n_1
 $? \leq \sqrt{3}n_0$

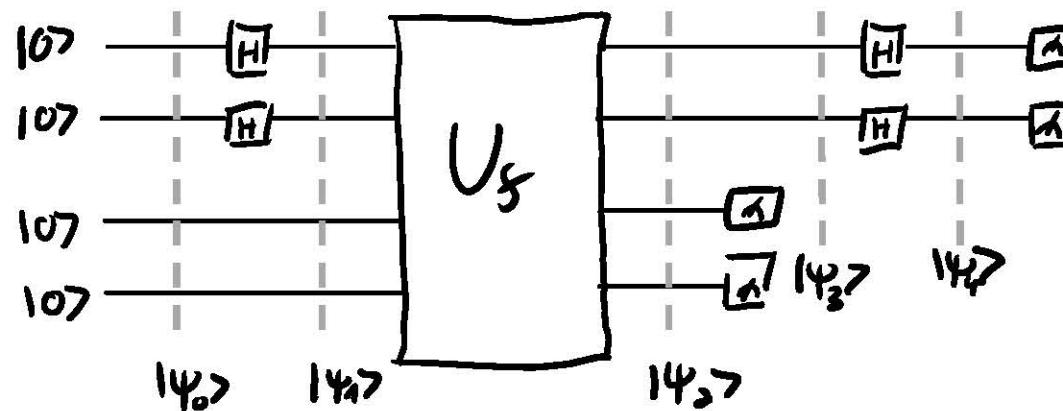
$$|0\rangle|0\rangle \xrightarrow{H^{\otimes n}} \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_x |x\rangle|0\rangle \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_x |x\rangle|f(x)\rangle \xrightarrow{\boxed{d_2}} \frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle + |x+s\rangle) \xrightarrow{H^{\otimes n}} \frac{1}{\sqrt{2^{n+1}}} \sum_{z,s=0}^1 |z\rangle$$

$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2}} (H^{\otimes n} |x\rangle + H^{\otimes n} |x+s\rangle) = \\ & = \frac{1}{\sqrt{2^{n+1}}} \sum_z [(-1)^{\frac{x+z}{2}} + (-1)^{\frac{x+z+s}{2}}] |z\rangle \\ & z \cdot s = 0 \Leftrightarrow \neq 0 \end{aligned}$

Ergebnis

$$\begin{array}{ccc} \vdots & & \vdots \\ |x\rangle & \xrightarrow{\frac{1}{\sqrt{2}} (-1)^{\frac{x+z}{2}}} & |z\rangle \\ \vdots & & \vdots \\ |x+s\rangle & \xrightarrow{\frac{1}{\sqrt{2}} (-1)^{\frac{x+z+s}{2}}} & |z\rangle \end{array}$$

$n=2$ תבנית מאובן - הילוב של סדרות

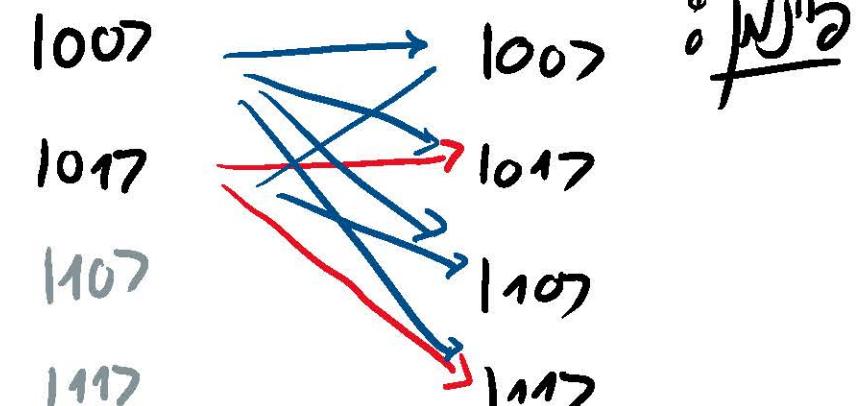


x	$f(x)$
00	11
01	11
10	00
11	00

$\sqrt{1/2}(\text{state})$, state
 $? \leq \sqrt{3/4}$

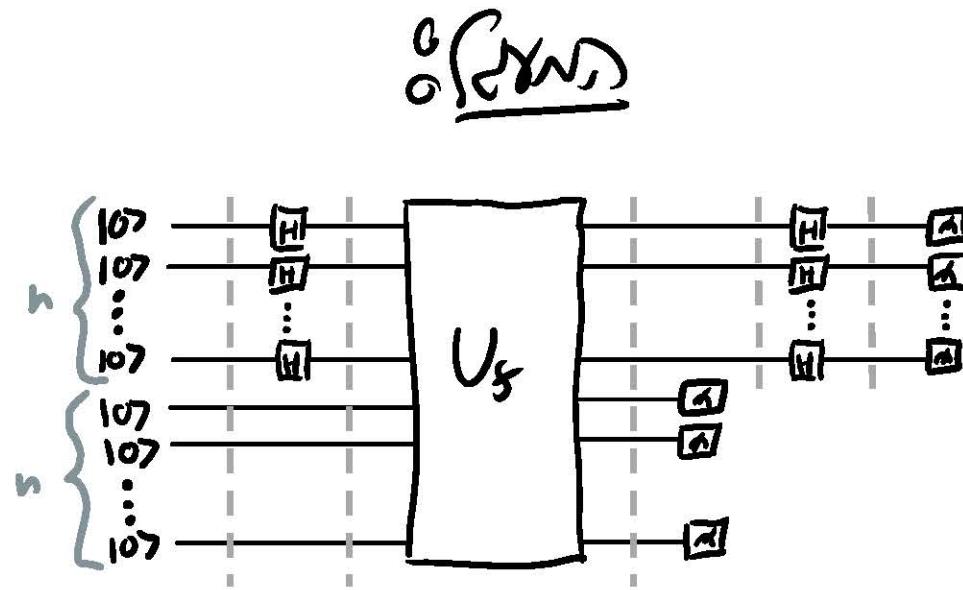
$$|0\rangle|0\rangle \xrightarrow{H^{\otimes n}} \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_x |x\rangle|0\rangle \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_x |x\rangle|f(x)\rangle \xrightarrow{CNOT} \frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle + |x \oplus s\rangle) \xrightarrow{H^{\otimes n}} \frac{1}{\sqrt{2^{n-1}}} \sum_{z,s=0}^1 |z\rangle$$

$$\begin{aligned} s \cdot (1,0) &= 0 \\ \Downarrow \\ s_1 &= 0 \\ \Downarrow \\ s &= (0,1) \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} (H^{\otimes 2}|00\rangle + H^{\otimes 2}|01\rangle) &= \text{state} \\ = \frac{1}{\sqrt{2}} (|++\rangle + |-+\rangle) &= \\ = \frac{1}{\sqrt{8}} [|00\rangle(1+1) + |01\rangle(1-1) + |10\rangle(1+1) + |11\rangle(1-1)] & \end{aligned}$$



הסידור

$$\begin{matrix} \vdots & & \vdots \\ |x> & \xrightarrow{\frac{1}{\sqrt{2}}(-1)^{x_1}} & |z> \\ \vdots & & \vdots \\ |x\rangle|z> & \xrightarrow{\frac{1}{\sqrt{2}}(-1)^{x_1 z_1 + x_2 z_2}} & \vdots \end{matrix}$$



פונקציית מילוי

x	$f(x)$
000	000
001	001
010	010
011	011
100	011
101	010
110	001
111	000

הנגיה

מי (לעומת)?
 $\{S, Z\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n$

ההתקשרות

$$\left\{ \begin{array}{l} S \cdot Z^{(1)} = 0 \\ S \cdot Z^{(2)} = 0 \\ \vdots \\ S \cdot Z^{(n+1)} = 0 \end{array} \right.$$

הוכחה

$S \cdot Z = 0$ הוכחה \geq הוכחה

!וילדי ההתקשרות G

ההתקשרות 2^{n+1} ההתקשרות -101β ההתקשרות
ההתקשרות $\sim \sqrt{2}$ ההתקשרות -101β
 $3\sqrt{2} \sim 101\beta \sim n$ ההתקשרות

הה רקורסיה הינה אינטואיטיבית

$$\text{רеле} \Leftarrow \text{פונקציונליות} \Leftarrow \text{הה רקורסיה}$$

כיהן N גלויים כפערם \sqrt{N} \Rightarrow מושג \sqrt{N} מוגדר

רеле $f(x)$

פונקציונליות

